

Matematika feladatmegoldó verseny

7-8. osztály

1. forduló megoldásai

1. Hogyan tudunk egy $\frac{2}{3}$ m hosszú zsinegből egy $\frac{1}{2}$ méteres darabot levágni, anélkül, hogy mérőeszközt használnánk?

Megoldás

A $\frac{2}{3}$ -nak milyen törtrésze az $\frac{1}{2}$? Legyen $\frac{p}{q}$ ez a tört.

$$\frac{p}{q} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

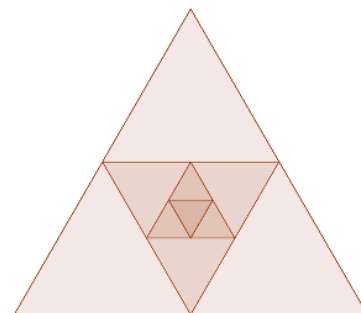
$$\frac{p}{q} = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

A zsineg hosszának a $\frac{3}{4}$ részét vesszük, azaz eloszthatjuk 2, 4, 8 stb. részre anélkül, hogy mérőeszközt használnánk.

2. Számítsuk ki az ábrán látható négy, egymásba rajzolt szabályos háromszög területének összegét, ha a legbelső kis háromszög területe 1 területegység!

Megoldás

A szabályos háromszögek belsejében a középvonalak valószínűleg meg a kívánt feldarabolást, és ezek 4 egyenlő területet származtatnak. Így a keresett területösszeg $1 + 4 + 16 + 64 = 85$ területegység.



3. Egy háromjegyű szám, és annak a háromjegyű számnak a különbsége, amelyet ugyanazok a számjegyek alkotnak fordított sorrendben írva, 693. Melyik ez a szám? Hány megoldása van a feladatnak?

Megoldás

Legyen $\overline{abc}$ az adott szám.

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 99(a - c)$$

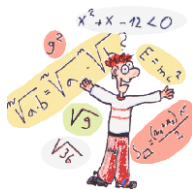
Ha $\overline{abc} - \overline{cba} = 693$, akkor $a - c = 7$.

Ha $c = 0$, akkor $a = 7$ de ez nem megoldás ($\overline{7b0}$ fordítva nem háromjegyű)

Ha $c = 1$, akkor $a = 8$, így $\overline{8b1}$, ahol b tetszőleges, így 10 megoldást kapunk.

Ha $c = 2$, akkor $a = 9$, így $\overline{9b2}$, ahol b tetszőleges, így 10 megoldást kapunk..

A feladatnak 20 megoldása van.



Matematika feladatmegoldó verseny

7-8. osztály

1. forduló megoldásai

4. Egy nagy kertben három fenyőfa áll, bármely kettő távolsága 30 m. A tulajdonos kiadja az utasítást, hogy készítsenek a kertben olyan körutat, amely mind a három fától 5 m távolságra halad. Hogyan valósíthatják ezt meg a körút készítői?

Megoldás

8 különböző körút készíthető. A három pont által meghatározott körrel koncentrikus két kör (az egyiknek 5 m -rel nagyobb, a másiknak 5 m-rel kisebb a sugara), valamint három olyan kör, amelyek egy pontot, és három olyan, amelyek két pontot tartalmaznak a belsejükben.

5. Egy vaskos könyv oldalainak megszámozásakor a nyomdász 2989 számjegyet használt. Hány oldalas a kötet?

Megoldás

1 jegyű szám 9
2 jegyű szám 90 180 számjegy
3 jegyű szám 900 2700 számjegy
1000 oldalig felhasználtak 2889 számjegyet, a maradék 100 számjegy 25 oldal. Tehát a könyvnek $999 + 25 = 1024$ oldala van

6. Ki nyerte a versenyt?

Az iskolai futóverseny döntőjében öten jutottak:

Robi, Zoli, Pisti, Jani és Laci. A verseny után az eredményről a következőt mondták:

Robi: Jani második lett. Engem csak ketten előztek meg.

Zoli: Én győztem. A második Pisti lett.

Pisti: Harmadik lettem. Zolit mindenki megelőzte.

Jani: Második helyen végeztem. Laci negyedik lett.

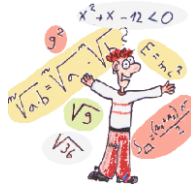
Laci: Egyetlen futót előztem meg. A versenyt Robi nyerte.

Ki nyerte a versenyt, ha tudjuk, hogy mindegyik versenyzőnek az egyik állítása igaz, a másik hamis és nem volt holtverseny?

Megoldás

A feladatban Pisti helyezésétől kétféleképpen állítanak. E két állítás közül csak az egyik lehet igaz.

Először tegyük fel, hogy Zoli kijelentése az igaz, azaz Pisti a verseny 2. helyezettje. Ehhez Pisti első állítása hamis, így Zolit mindenki megelőzte. Mivel Pisti a 2. helyezett, így Jani kijelentéséből Laci 4. helyezése következik. Mivel Jani nem a 2. helyezett, így Robi a 3. helyezett, és Jani csak az első lehet. Ebben az esetben a sorrend: Jani, Pisti, Robi, Laci és Zoli.



Matematika feladatmegoldó verseny

7-8. osztály

1. forduló megoldásai

Vizsgáljuk meg Pisti saját helyezésétől szóló állítást. Ekkor Pisti a 3. helyezett, Pisti másik állítása miatt Zoli nem az utolsó, Zoli lenne a saját állítása szerint az első helyezett. Így Laci második kijelentése hamis, mert Robi nem lehet első helyezett, hiszen nem volt holtverseny. Így Laci a 4. helyezett. Ha Laci a 4. helyezett, akkor Jani kijelentése saját 2. helyezésétől hamis. Tehát Jani nem végezhetett a 2. helyen. Így minden állítása hamis, ami ellentmondás.

A verseny tehát Jani nyerte, megoldás így az előző sorrend (Jani, Pisti, Robi, Laci és Zoli).

Sok sikert kívánunk a továbbiakban is!